

# Formal analysis of cryptographic protocols

# Cryptographic protocols

- mechanisms for securing computer systems
- use cryptographic primitives
  - (a)symmetric encryption
  - digital signatures
  - hash functions
- The most significant classes are protocols for
  - authentication - ensuring the identity of the participant
  - key establishment - creating and distributing secret keys

# Možnosti automatických nástrojů

- Systémy analýzy formální bezpečnosti pracují s Dolev-Yao modelem útočníka
  - Kryptografická primitiva nedají útočnickovi žádnou informaci
  - Útočník vše monitoruje a má možnost jakýchkoliv zásahů do chodu protokolu (protokolů)
- První bod podcenění reality, druhý bod přecenění reality

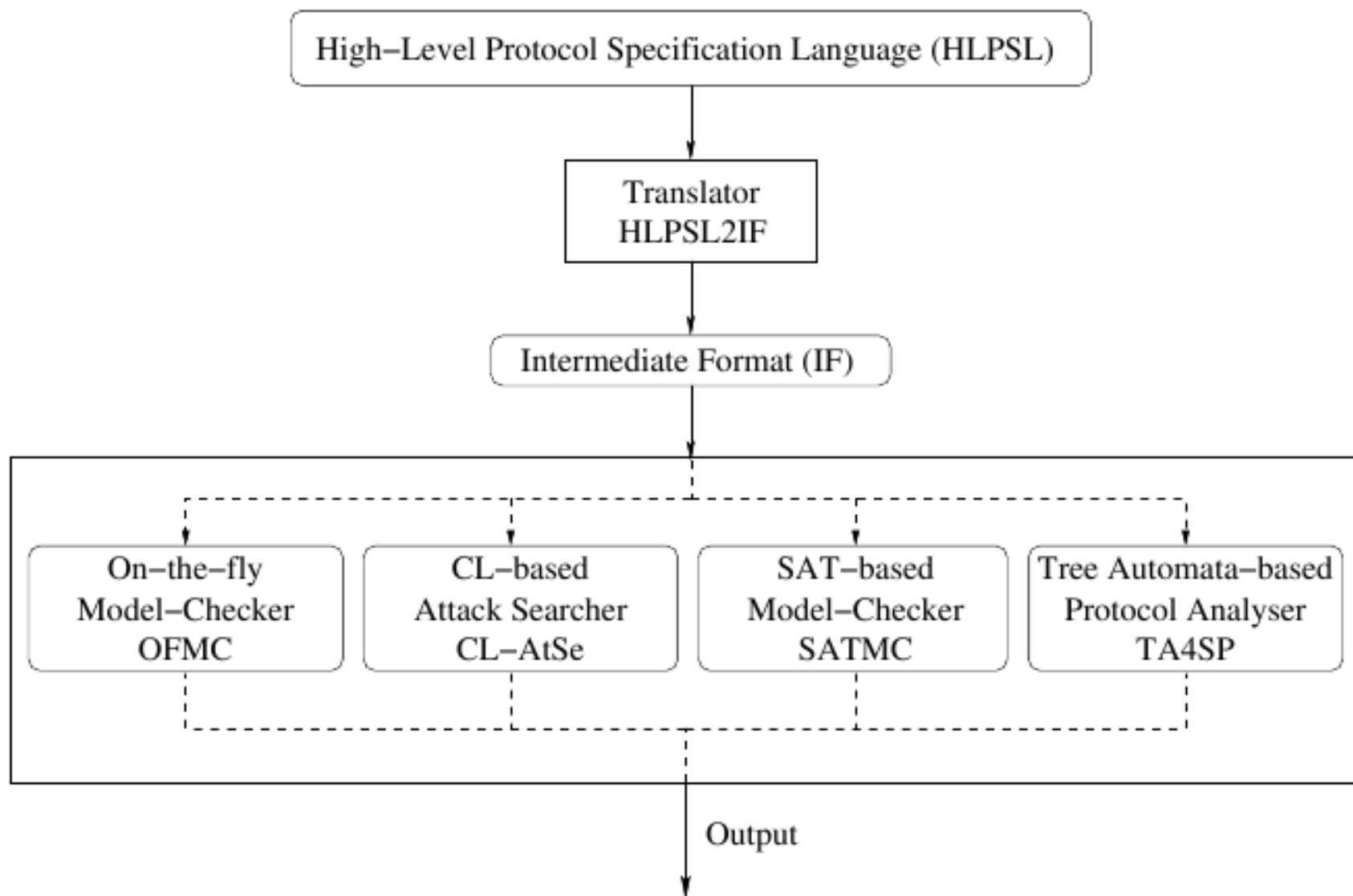
# Úspěšné netriviální analýzy

- Lowe 1995 – Needham-Schroeder - útok
- Paulson 2002 – SET – verifikace (Isabelle)
- Armando 2005 – Siemens H.530 – útok a fix (AVISPA)
- Armando 2008 – SAML-based SSO pro GoogleApps – útok (AVANTSSAR – SATMC)
- seL4 microkernel – formálně verifikované jádro operačního systému (Isabelle)

# AVISPA

- Automated Validation of Internet Security Protocols and Applications
- Obsahuje
  - Modulární silný formální jazyk HLPSL
  - Integruje několik usuzovacích strojů.
    - Falsifikace protokolu
    - Abstraktní verifikační metody

# AVISPA základní schéma



# Back-end OFMC

- On-the-Fly Model-Checker
- Provádí falsifikaci protokolu a ohraničenou verifikaci procházením přechodových stavů protokolu způsobem „demand-driven“
- Podporuje specifikaci algebraických vlastností kryptografických operátorů a typové i netypové protokolové modely

# Back-end CL-AtSe

- Constraint-Logic-based Attack Searcher
- Provádí řešení podmínek s pomocí zjednodušovacích heuristik a technik na eliminaci redundancí
- Je stavěn modulární způsobem a lze dodat extenze.



# Back-end SATMC

- SAT-based Model-Checker
- Staví logické předpoklady – formule na základě relací specifikovaných v IF
- Pak je řeší SAT řešitelem
- SAT je problém splnitelnosti logické formule – zda-li pro všechny možné vstupy má hodnotu NE. Obecně je to NP-úplný problém.

# Back-end TA4SP

- Tree Automata based on Automatic Approximations for the Analysis of Security Protocols
- Aproximuje útočnickovu znalost používáním jazyku regulárních stromů a přepisováním.
- Může analyzovat libovolné množství seancí.

# Jazyk HLPSL

- Specifikuje role pro účastníky protokolu.
- Složené role pro session – tedy kteří účastníci mezi sebou interagují
- Celkovou roli pro běh, sestává se s několika session, jedné pro regulérní běh a dalších v níž se vyskytuje místo jednotlivých účastníků útočník.

# HLPSL – Tvorba rolí

- Ilustrace na jednoduchém protokolu
  - Wide Mouth Frog
- Alice-Bob zápis protokolu
  - $A \rightarrow S : \{Kab\}_Kas$
  - $S \rightarrow B : \{Kab\}_Kbs$
- Notace:
  - $\{zpráva\}_klíč$
  - A,B,S – účastníci
  - Kab – symetrický klíč mezi účastníky A, B

# HLPSL – Tvorba rolí 2

- Alice – Bob notace popisuje jen zprávy
- Nedokáže popsat sekvenci událostí pro rozsáhlé protokoly:
- Mnohdy takové protokoly mají řídicí struktury jako
  - If-then-else větvení
  - cykly

# HLPSL – Tvorba rolí 3

- Každý účastník popsán v modulu s názvem „basic role“
- Později budou pro jednotlivé role zřízeny instance.
- Basic role specifikuje
  - Co účastník zná na začátku (parametry)
  - Jeho počáteční stav
  - Způsob jakým se stav může měnit (transitions)

# HLPSL – tvorba rolí 4

- Pro každého účastníka zvláštní role
- Pro WFM máme role `alice`, `bob` a `server`.
- Jména rolí začínají vždy malým písmenem
- Jméno agenta hrajícího roli začíná velkým písmenem
- Nejčastěji jsou jména odpovídající zápisu v Alice-Bob notaci tedy pro WFM: `A B S`

# Fragment role alice

```
role alice (A, B, S : agent,
```

agents

```
    Kas : symmetric_key,
```

```
    SND, RCV : channel (dy))
```

komunikační  
kanály

```
played_by A def=
```

hraje roli

```
    local State: nat, Kab: symmetric_key
```

```
    init State := 0
```

State je přirozené číslo

```
transition
```

```
...
```

```
end role
```



# Přechody stavu

```
step1. State = 0 /\ RCV({Kab'}_Kas) =>  
      State' := 2 /\ SND({Kab'}_Kbs)
```

definice přechodu sestává z předpokladu a z akce.

„priming“ -  $x'$  je nová hodnota proměnné  $x$ .

Do hodnoty  $x$  je přiřazena hodnota  $x'$  až na konci přechodu.

# Složené role

- Složené role – „composed roles“ spojují základní role
- Typicky složená role popisuje session.
- Kromě role `alice` zadefinujeme role `bob` a `server` s příslušnými parametry.
- Vytvoříme roli, která reprezentuje jeden běh a vytvoří jednu instanci ke každé základní roli. Tradičně se role pojmenuje `session`

# Session role

```
role session(A,B,S : agent,  
            Kas, Kbs : symmetric_key) def=  
  local SA, RA, SB, RB SS, RS: channel (dy)  
  composition  
    alice (A, B, S, Kas, SA, RA)  
    /\ bob (B, A, S, Kbs, SB, RB)  
    /\ server(S, A, B, Kas, Kbs, SS, RS)  
end role
```

# Hlavní role

- Program musí mít nějakou main() proceduru
- V systému AVISPA je jím role, která definuje:
  - Globální konstanty
  - Složení jedné či více session kde může útočník zaujímat některou z rolí jako legitimní účastník.
  - Útočnickovu znalost. Ta typicky obsahuje:
    - jména všech agentů
    - všechny veřejné klíče, jeho soukromý klíč, klíče, které sdílí s jinými,
    - všechny veřejně známé funkce

# Hlavní role – environment

```
role environment()  
def=  
    const a, b, s      : agent,  
          kas, kbs, kis : symmetric_key  
intruder_knowledge = {a, b, s, kis}  
composition  
    session(a,b,s,kas,kbs)  
    /\ session(a,i,s,kas,kis)  
    /\ session(i,b,s,kis,kbs)  
end role
```

# Exekuční příkaz

- Zatím jsme měli jen deklarace
- Hlavní prováděcí příkaz je
  - `environment()`

# Příklad

- Jednoduchý protokol na generování nového klíče
- A-B notace
  - $A \rightarrow B: \{Na\}_K$
  - $B \rightarrow A: \{Nb\}_K$
  - $A \rightarrow B: \{Nb\}_{K1}$ , where  $K1 = \text{Hash}(Na.Nb)$

# Modelování sdílených informací

- Alice a Bob se musí PŘEDEM domluvit na sdílených parametrech
- Toho se dosáhne předáním stejného parametru instancím těch rolí, které parametr sdílí.



# Fragment role alice

```
role alice(..,  
    K: symmetric_key, % K a Hash musí být zaslán do každé  
    Hash: hash_func, % role, protože A a B se dohodli  
    ..)  
... def=  
    local  
    ...  
    State : nat      % Proměnná typicky definovaná v každé roli  
init  
    State := 0  
transition  
1. State = 0  $\wedge$  RCV(start) =|>  
    State' := 2  $\wedge$  Na' := new()  $\wedge$  SND({Na'}_K)  
2. State = 2  $\wedge$  RCV({Nb'}_K) =|>  
    State' := 4  $\wedge$  SND({Nb'}_Hash(Na.Nb'))
```

# Cíle protokolu

- Jednostranná autentifikace
  - A se autentifikuje k B
  - Požadujeme silnou autentifikaci
- Klíč K1 tajný

# Zápis cílů – utajení

- Jednak specifikace v transition, kde proměnná vzniká. Klausule secret

- `1. State = 1 /\ RCV({Na'}_K) =|>`
- `State' := 3 /\ Nb' := new()`
- `/\ SND({Nb'}_K) /\ K1' :=Hash(Na'.Nb')`
- `/\ secret(K1',k1,{A,B})`

- Za druhé v sekci goal

- `goal`
- `secrecy_of k1`
- `authentication_on bob_alice_nb`
- `end goal`

# Zápis cílů - autentifikace

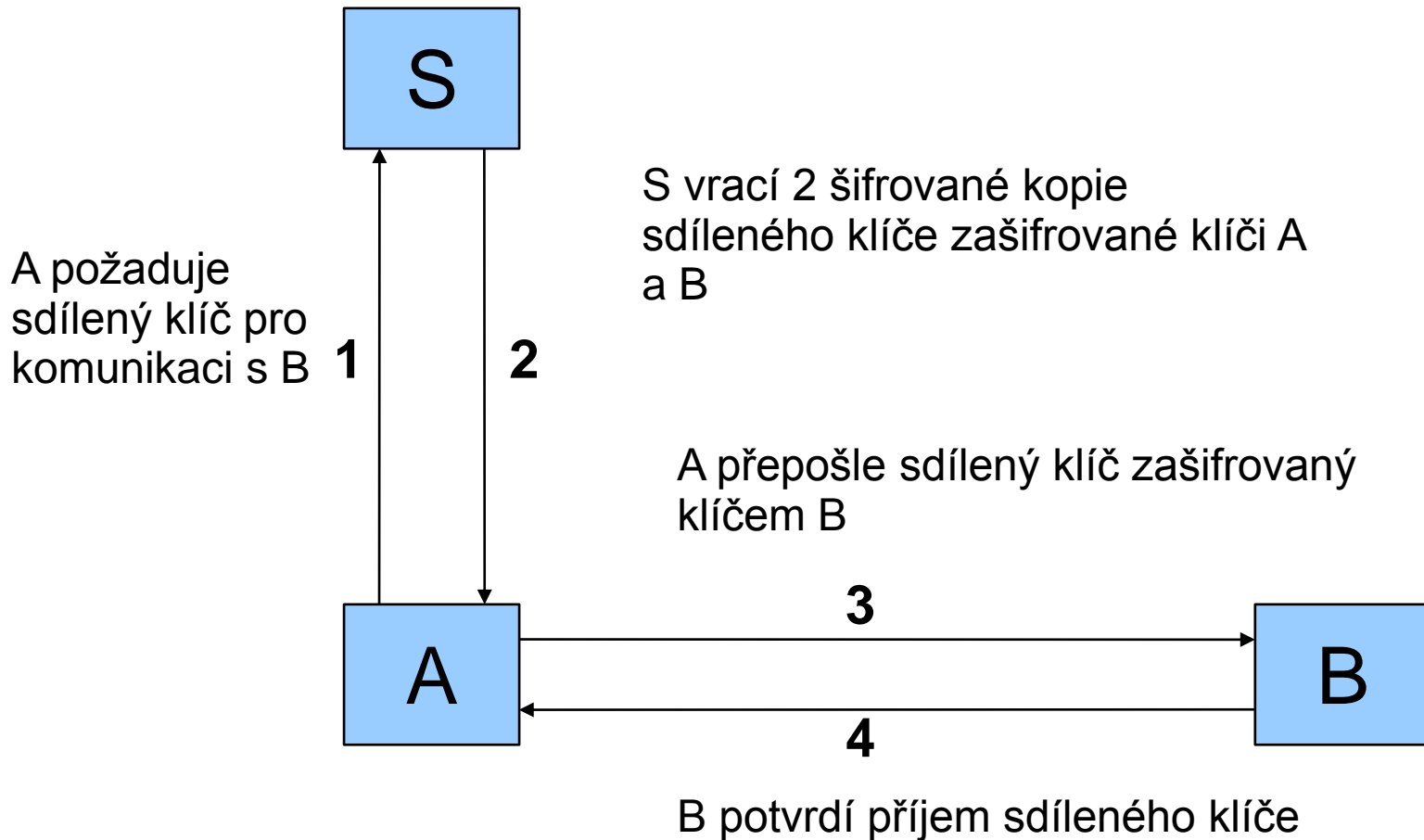
- Za prvé kdo požaduje autentikci. Sekce transition – klausule request
  - `2. State = 3 /\ RCV({Nb}_K1) =|>`
  - `State' := 5 /\ request(B,A,bob_alice_nb,Nb)`
- Za druhé kdo potvrzuje. Klausule witness
  - `2. State = 2 /\ RCV({Nb'}_K =|>`
  - `State' := 4 /\ K1' :=Hash(Na'.Nb') /\ SND({Nb'}_K1')`
  - `/>\ witness(A,B,bob_alice_nb,Nb')`
- Za třetí sekce goal

# Příklad 2 - Kerberos

- Alice-Bob notace

- $A \rightarrow S: (A.B.\{Na\}_{Ka})$       % Ka mezi A a S
- $A \leftarrow S: (A.B.\{K.Na.Ns\}_{Ka}.$       % S generuje K
- $\{K.Na.Ns\}_{Kb})$       % pro oba
- % A přepośle 2 část B)
- $A \rightarrow B: (A.B.\{K.Na.Ns\}_{Kb}.$
- $\{Na.Ns\}_K)$       % Potvrzení
- % B zná K
- $A \leftarrow B: (A.B.\{Ns.Na\}_K)$

# Reprezentace příkladu



# Report útoku

ATTACK TRACE

i -> (a,3): start

(a,3) -> i: a.b.{Na(1)}\_ka

i -> (s,7): a.i.{Na(1)}\_ka

(s,7) -> i:

a.i.{K(2).Na(1).Ns(2)}\_ka.{K(2).Na(1).Ns(2)}\_ki

i -> (a,3): a.b.{K(2).Na(1).Ns(2)}\_ka.x253

(a,3) -> i: a.b.x253.{Na(1).Ns(2)}\_K(2)

i -> (a,3): a.b.{Ns(2).Na(1)}\_K(2)

# Příklad 3

- Andrew Secure RPC protokol
- Alice-Bob notace
  - $A \rightarrow B : A.\{Na\}_{Kab}$
  - $B \rightarrow A : \{Na+1.Nb\}_{Kab}$
  - $A \rightarrow B : \{Nb+1\}_{Kab}$
  - $B \rightarrow A : \{K1ab.N1b\}_{Kab}$



# Operátory

- HLPSL nepodporuje aritmetické operace.
- Hodnota s přičtenou 1 se přenáší pouze zašifrovaná a nikde nepotřebujeme inverzní operaci
- V modelu nahradíme sčítání operací hash funkce.

# Bezpečnostní cíle

- Andrew Secure RPC má zajistit utajení a vzájemnou autentifikaci
- Klíč  $K_{1ab}$  a nonce  $N_{1b}$  jsou tajné
- Pravidlo, přidat podmínku `secret` k poslednímu transakčnímu pravidlu role, která vytváří proměnnou
  - `/\ secret (K1ab' , k1ab, {A, B})`
  - `/\ secret (N1b' , n1b, {A, B})`

# Cíl utajení

- Specifikuje se (utajovaná proměnná, identifikátor, mezi kým je tajná informace sdílena)
  - `/\ secret (K1ab', k1ab, {A, B})`
- Je to specifikace události při trasování modelu.
- Interpretace útoku je v sekci goal
  - `secrecy_of k1ab, n1b`

# Cíl autentifikace

- **Klausule** `request`
  - $\wedge$   
`request(A, B, alice_bob_k1ab, K1ab')`
- A přijímá `K1ab` a spoléhá se na to, že B existuje a souhlasí s domluvou s A na této hodnotě. (a chce ji použít pro protokol `id alice_bob_k1ab`)
- **Klausule** `wrequest`
  - Dostačuje, aby B existovalo v minulosti a v tom čase se dohodlo na `K1ab`

# Cíl autentifikace

- Klausule witness

- $\wedge$   
witness (B, A, alice\_bob\_k1ab, K1ab')

- B navrhuje, že chce být partner s A a domluvit se na K1ab. Autentifikační požadavek je identifikován alice\_bob\_k1ab

- Sekce goal

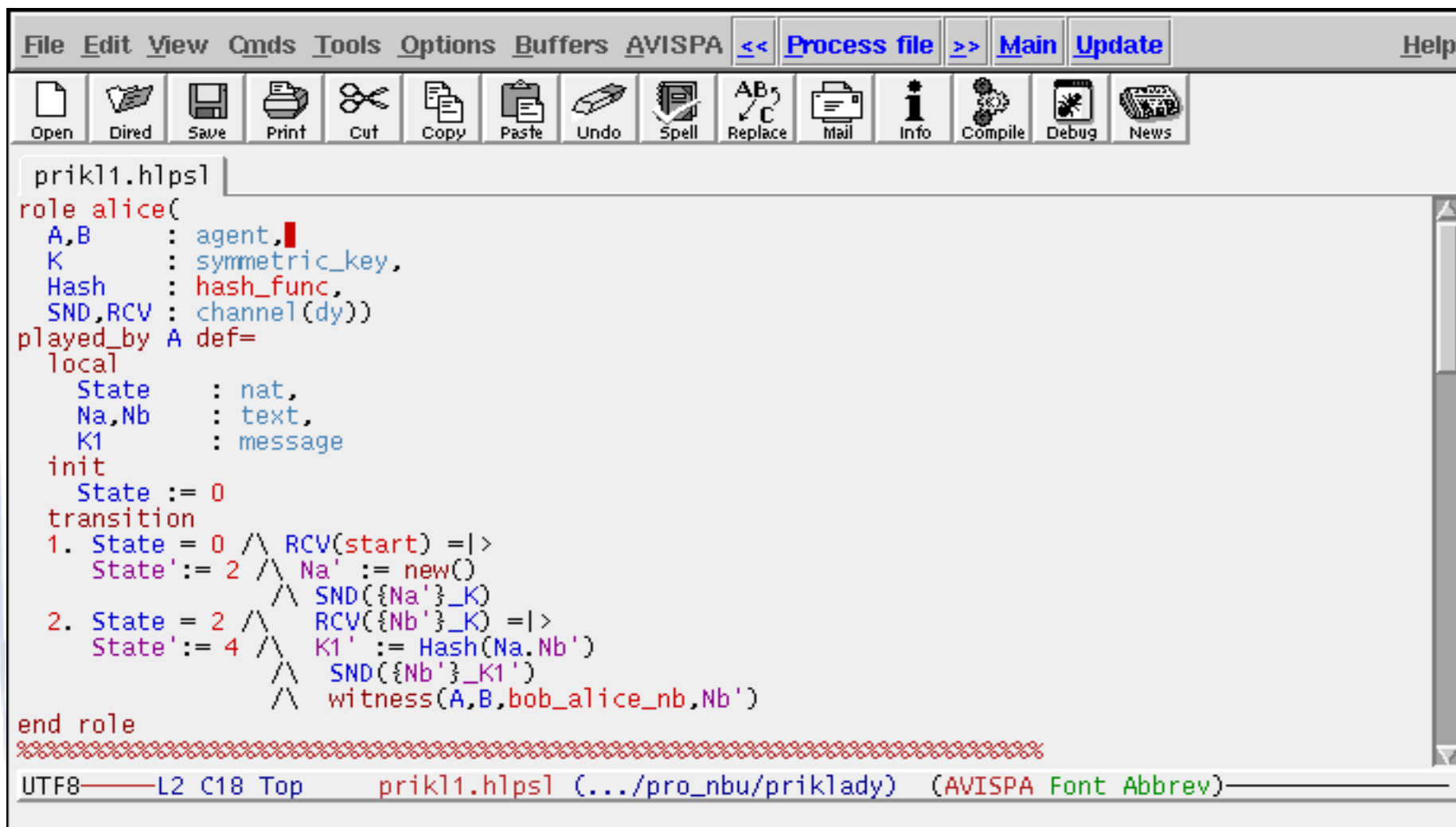
- authentication\_on bob\_alice\_nb
  - authentication\_on alice\_bob\_na
  - authentication\_on alice\_bob\_k1ab

# Útok

```
i -> (a, 3) : start
(a, 3) -> i : a.{Na(1)}_kab
i -> (a, 6) : start
(a, 6) -> i : a.{Na(2)}_kab
i -> (b, 3) : a.{Na(2)}_kab
(b, 3) -> i : {succ(Na(2)).Nb(3)}_kab
i -> (b, 6) : a.{Na(1)}_kab
(b, 6) -> i : {succ(Na(1)).Nb(4)}_kab
i -> (a, 3) : {succ(Na(1)).Nb(4)}_kab
(a, 3) -> i : {succ(Nb(4))}_kab
i -> (a, 6) : {succ(Na(2)).Nb(3)}_kab
(a, 6) -> i : {succ(Nb(3))}_kab
i -> (b, 3) : {succ(Nb(3))}_kab
(b, 3) -> i : {K1ab(7).N1b(7)}_kab
i -> (a, 3) : {K1ab(7).N1b(7)}_kab
i -> (a, 6) : {K1ab(7).N1b(7)}_kab
```

# Podpůrné prostředí Xemacs

- Xemacs mód



The screenshot shows the Xemacs editor interface. The menu bar includes File, Edit, View, Cmds, Tools, Options, Buffers, AVISPA, Process file, Main, Update, and Help. The toolbar contains icons for Open, Dired, Save, Print, Cut, Copy, Paste, Undo, Spell, Replace, Mail, Info, Compile, Debug, and News. The main window displays a Prolog script for a role named 'alice'.

```
prik11.hlpsl
role alice(
A,B      : agent,
K        : symmetric_key,
Hash     : hash_func,
SND,RCV  : channel(dy))
played_by A def=
local
  State   : nat,
  Na,Nb   : text,
  K1      : message
init
  State := 0
transition
1. State = 0 /\ RCV(start) =|>
   State' := 2 /\ Na' := new()
                /\ SND({Na'}_K)
2. State = 2 /\ RCV({Nb'}_K) =|>
   State' := 4 /\ K1' := Hash(Na.Nb')
                /\ SND({Nb'}_K1')
                /\ witness(A,B,bob_alice_nb,Nb')
end role
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

UTF8 — L2 C18 Top prik11.hlpsl (.../pro\_nbu/priklady) (AVISPA Font Abbrev)

# Security Protocol ANimator - SPAN

```
File  
  
role alice (A, B : agent,  
            Kab : symmetric_key,  
            Succ : hash_func,  
            SND, RCV : channel(dy))  
played_by A  
def=  
  local State : nat,  
        Na, Nb : text,  
        K1ab : symmetric_key,  
        N1b : text  
  const alice_bob_k1ab, alice_bob_na, bob_alice_nb: protocol_id  
  init State := 0  
  transition  
  0. State = 0  $\wedge$  RCV(start) =>  
    State' := 2  $\wedge$  Na' := new()  
       $\wedge$  SND(A (Na), Kab)
```

Save file

View file

Protocol simulation

Intruder simulation

Attack simulation

Tools

Options

HLPSL

Session Compilation

HLPSL2IF

Choose Tool option and press execute

Depth :

IF

Path :

Execute

OFMC

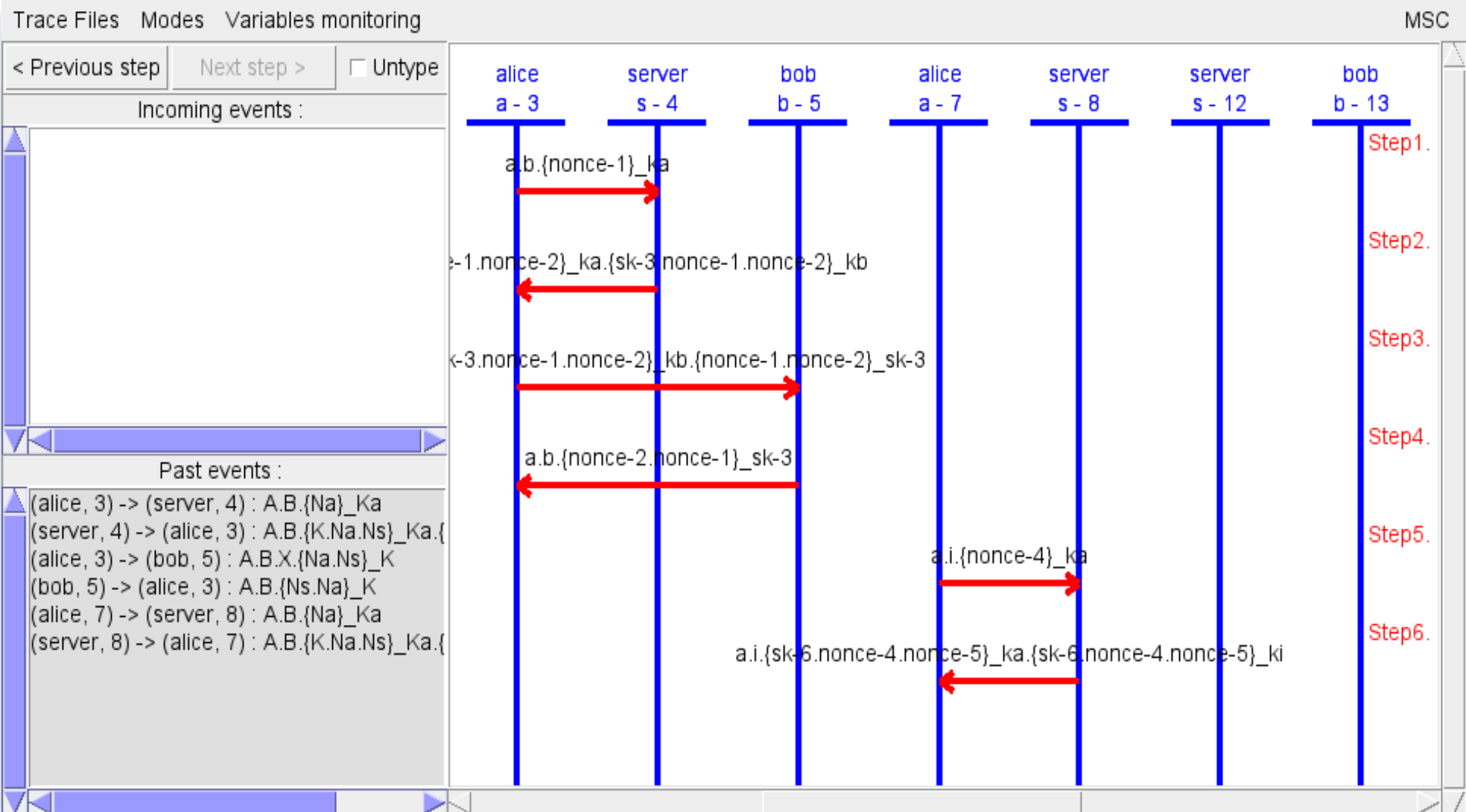
ATSE

SATMC

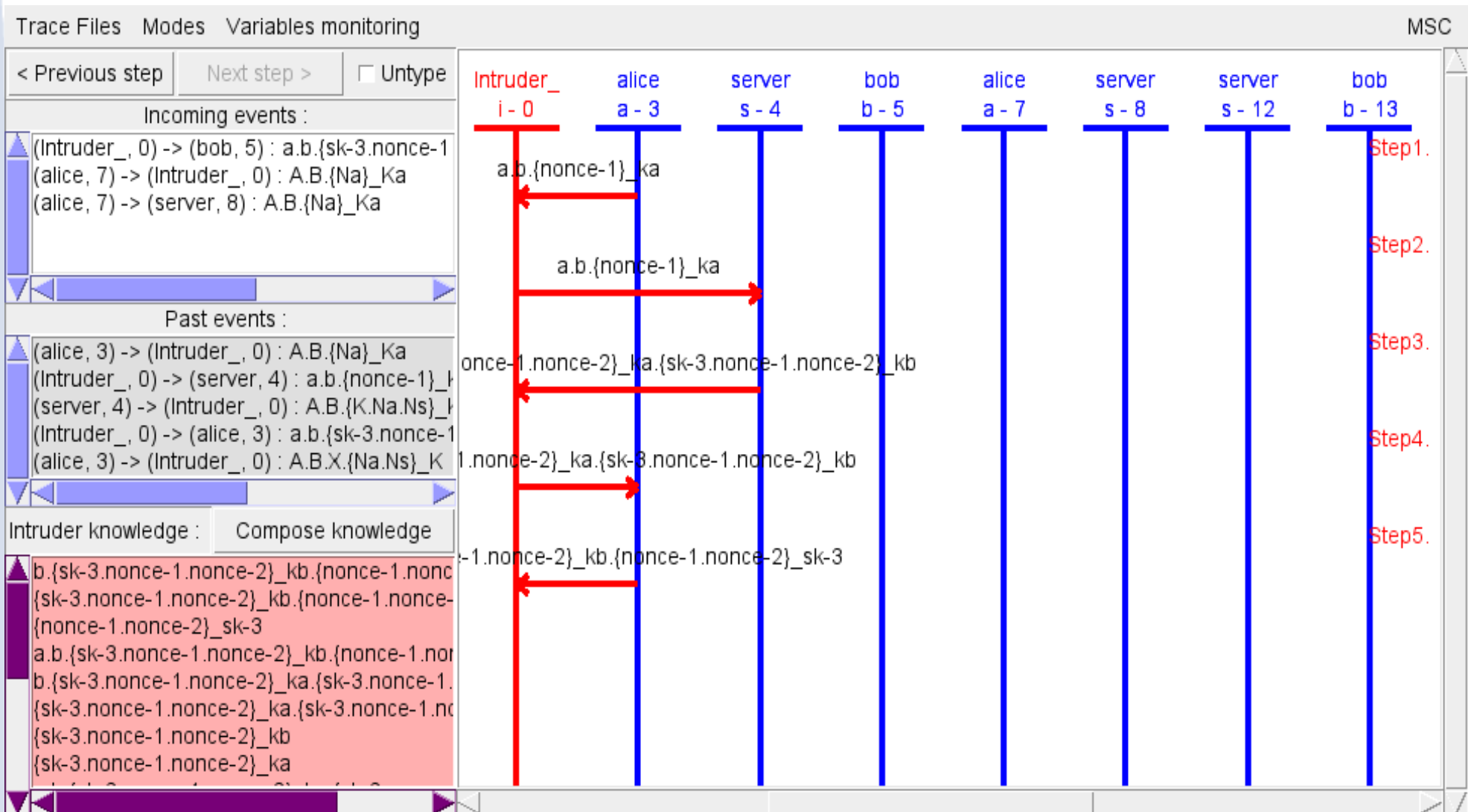
TA4SP



# SPAN simulace protokolu



# SPAN simulace útoku



# SPAN konstrukce zpráv

Compose :  Pair  Script  Exp  Xor

Add :

(bob, 13) can receive : i.b.{K'.Na'.Ns'}\_kb.{Na'.Ns'}\_K' - type :  
(server, 12) can receive : i.b.{Na'}\_ki - type : agent.agent.{tex  
(bob, 5) can receive : a.b.{K'.Na'.Ns'}\_kb.{Na'.Ns'}\_K' - type :  
(server, 4) can receive : a.b.{Na'}\_ka - type : agent.agent.{tex  
(alice, 3) can receive : a.b.{K'.nonce-1.Ns'}\_ka.X' - type : age

i.{sk-3.nonce-1.nonce-2}  
{sk-3.nonce-1.nonce-2}\_i  
{sk-3.nonce-1.nonce-2}\_i  
{sk-3.nonce-1.nonce-2}\_i  
sk-3.nonce-1.nonce-2  
nonce-1.nonce-2  
sk-3  
nonce-2  
nonce-1  
a.i.{sk-3.nonce-1.nonce-2}  
i.{nonce-1}\_ka  
a.i.{nonce-1} ka

i.{sk-3.nonce-1.nonce-2}  
{sk-3.nonce-1.nonce-2}\_i  
{sk-3.nonce-1.nonce-2}\_i  
{sk-3.nonce-1.nonce-2}\_i  
sk-3.nonce-1.nonce-2  
nonce-1.nonce-2  
sk-3  
nonce-2  
nonce-1  
a.i.{sk-3.nonce-1.nonce-2}  
i.{nonce-1}\_ka  
a.i.{nonce-1} ka

Add messages composed with this pattern :

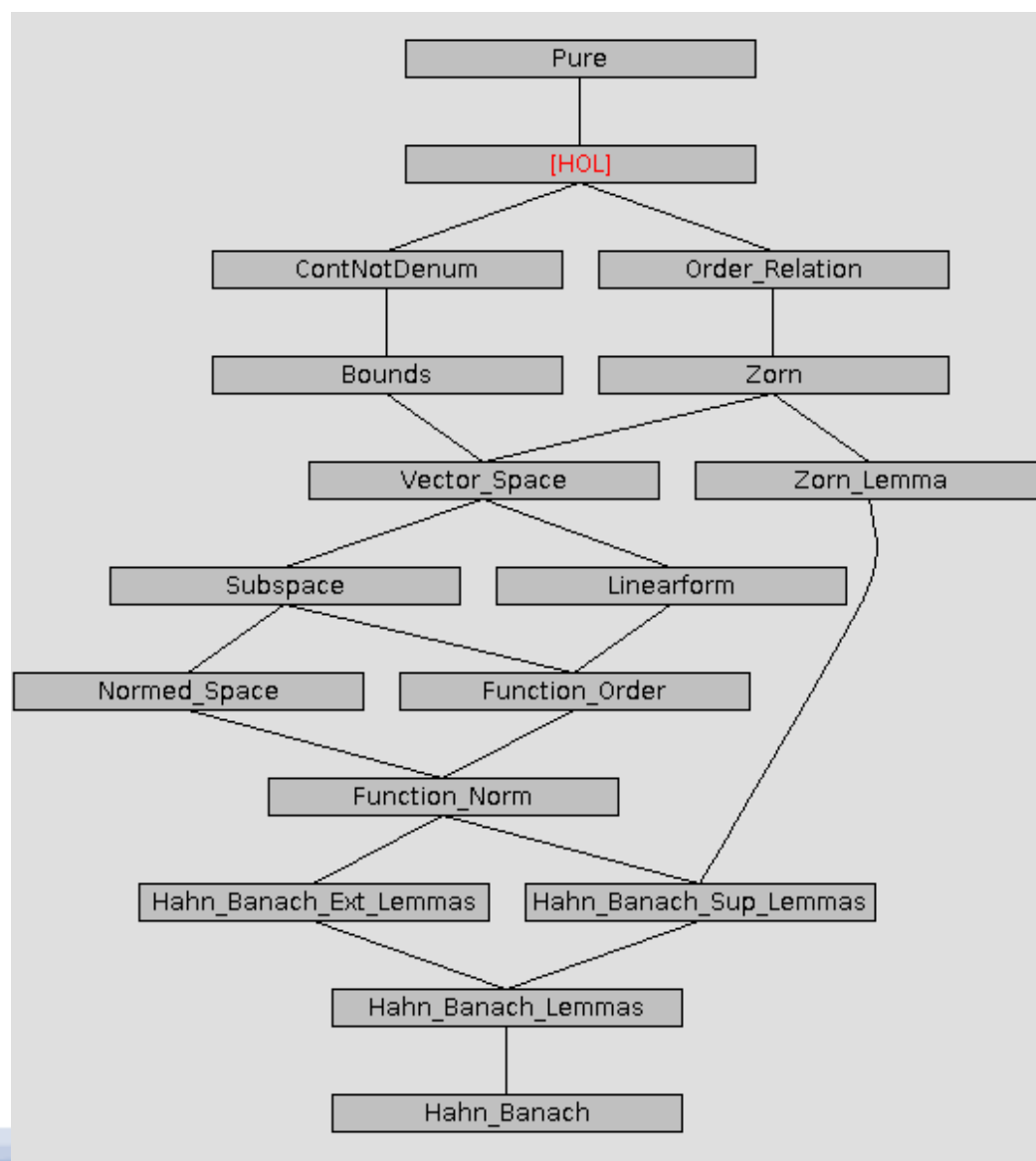
a	b	{K'.nonce-1.Ns'}_ka.X'
a	b	{sk-3.nonce-1.nonce-2}_ka.{sk-3.nonce-1.nonce-2}_ki

Ok Cancel

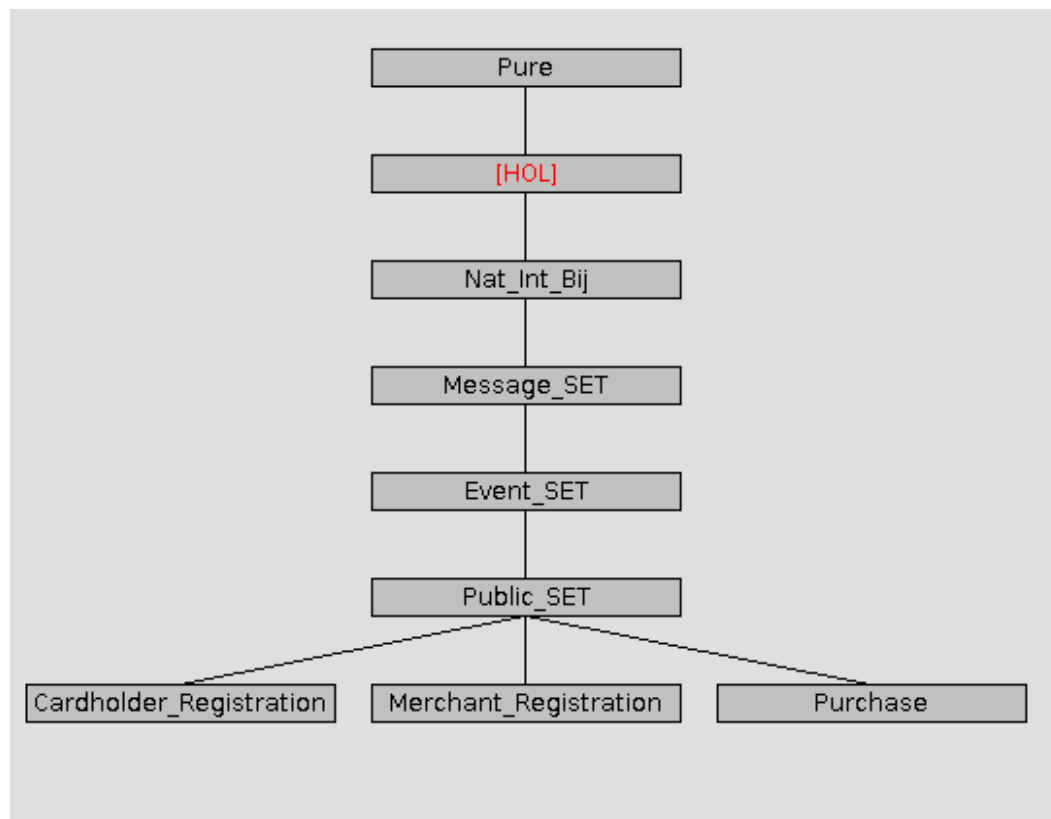
# Isabelle/HOL

- Obecný interaktivní dokazovací stroj pro teoremy
- Interaktivní znamená, že tvorba důkazu je interaktivním způsobem.
- Stále se na něm pracuje. Začátky druhá polovina 80 let, poslední verze červen 2010.

# Závislosti pro Hahn-Banach



# Závislosti teorií pro SET



# Isabelle – Příklady použití

- Formální matematika, logické formalismy, vývoj programů, verifikace.
- Důkaz DSA podpisového schématu
- Verifikace bankovního protokolu SET
- Verifikace JavaCard – podmnožiny jazyka Java pro smartcards a Java.
- Verifikace mikrojádra L4 operačního systému
  - 11 lidí, 200 000 řádků kódu v Isabelle/HOL, celkově 25-30 člověko-roků.

# Základní struktury jazyka

- Teorie – kolekce typů, funkcí a teorémů
  - Jako modul v programovacím jazyce
  - `theory T`
  - `imports B1 . . . Bn`
  - `begin`
  - *declarations, definitions, and proofs*
  - `end`
- B1 ... Bn jsou teorie na nichž je naše založena



# Základní struktury jazyka

- Typy, výrazy
  - Silně typovaný jazyk. Typy mohou být
    - Základní typy
    - Konstruktory typů – list
    - Typy funkcí (i více argumentů)
    - Typové proměnné
  - Výrazy – jsou aplikace funkce na argumenty
    - Podmínkové výrazy `if b then t1 else t2`
    - Přiřazení `let x = t in u`
    - `case e of c1 ⇒ e1 | ... | cn ⇒ en` se vyhodnotí jako  $e_i$ , pokud  $e=c_i$

# Základní struktury jazyka

- Formule, proměnné
  - Jsou výrazy jejich výsledná hodnota je bool
  - Základní operace s logickými výrazy
  - Kvantifikátory
    - $\forall x. P$  – obecný kvantifikátor
    - $\exists x. P$  – existenční kvantifikátor
    - $\exists! x. P$  – existuje právě jedno  $x$  splňující  $P$
  - Typové podmínky např.  $x < (y::\text{nat})$
- Proměnné
  - Volné, vázané, neznámé,  $?x = ?x$

# Příklad 1 – seznam

- `theory ToyList`
- `imports Datatype`
- `begin`
- `datatype 'a list = Nil`  
 `("[]")`  
 `| Cons 'a "'a list" (infixr "#" 65)`
- `primrec app :: "'a list => 'a list => 'a list"`  
 `(infixr "@" 65)`
- `where`
- `"[] @ ys = ys" |`
- `"(x # xs) @ ys = x # (xs @ ys)"`
- `primrec rev :: "'a list => 'a list" where`
- `"rev [] = []" |`
- `"rev (x # xs) = (rev xs) @ (x # [])"`

# Příklad 1 – rozbor

- Theory – deklarace teorie
- Imports – teorie na nichž je založena
- Datatype – deklarace proměnných včetně konstruktorů
- Primrec – deklarace jednoduché rekurzivní funkce
  - primrec není primitivum, je konstrukt vytvořený ve vyšší rovině v jazyce ML (něco jako standardní funkce)

# Cíl důkazu

- Dokazujme formuli:
  - theorem rev\_rev [simp]: "rev(rev xs) = xs"
- Specifikujeme způsob dokazování
  - apply(induct\_tac xs)
- A pokusíme se dokázat automaticky
  - apply(auto)
- Důkaz selže – je nutné doplnit lemma.

# Důkaz

- lemma app\_Nil2 [simp]: "xs @ [] = xs"
- apply(induct\_tac xs)
- apply(auto)
- done
- lemma app\_assoc [simp]: "(xs @ ys) @ zs = xs @ (ys @ zs)"
- apply(induct\_tac xs)
- apply(auto)
- done
- lemma rev\_app [simp]: "rev(xs @ ys) = (rev ys) @ (rev xs)"
- apply(induct\_tac xs)
- apply(auto)
- done
- theorem rev\_rev [simp]: "rev(rev xs) = xs"
- apply(induct\_tac xs)
- apply(auto)
- done
- end

# Modelování protokolů

- Modelování agentů

- `datatype agent = Server`
- `| Friend nat`
- `| Spy`

- Modelování klíčů

- `types key = nat`
- `consts invKey :: "key ⇒ key"`

# Modelování protokolů

- Modelování zpráv

- datatype

- msg = Agent agent

- | Nonce nat

- | Key key

- | MPair msg msg

- | Crypt key msg

- Injektivita konstruktorů dává teorém

- $\text{Crypt } K \ X = \text{Crypt } K' \ X' \implies K = K' \wedge X = X'$



# Induktivní množina

- Sudá čísla

- inductive set even :: "nat set" where
- zero[intro!]: "0 ∈ even" |
- step[intro!]: "n ∈ even ⇒ (Suc (Suc n)) ∈ even"

- Dvě konstrukční pravidla

- Zero: 0 je v množině
- Step: Pokud n je v množině pak, je tam n+2.

# Modelování útočníka

- inductive set
- `analz :: "msg set  $\Rightarrow$  msg set"`
- `for H :: "msg set"`
- where
- `Inj [intro,simp] : "X  $\in$  H  $\Rightarrow$  X  $\in$  analz H"`
- `| Fst: "{|X,Y|}  $\in$  analz H  $\Rightarrow$  X  $\in$  analz H"`
- `| Snd: "{|X,Y|}  $\in$  analz H  $\Rightarrow$  Y  $\in$  analz H"`
- `| Decrypt [dest]:`
- `" [[Crypt K X  $\in$  analz H; Key(invKey K)  $\in$  analz H`
- `]]`
- `$\Rightarrow$  X  $\in$  analz H"`

# Modelování útočníka

- Vlastnosti operace analz
- Je monotónní
  - $G \subseteq H \implies \text{analz } G \subseteq \text{analz } H$
- Je idempotentní
  - $\text{analz } (\text{analz } H) = \text{analz } H$

# Modelování útočníka

- inductive set
- `synth :: "msg set  $\Rightarrow$  msg set"`
- `for H :: "msg set"`
- where
- `Inj [intro]: "X  $\in$  H  $\Rightarrow$  X  $\in$  synth H"`
- `| Agent [intro]: "Agent agt  $\in$  synth H"`
- `| MPair [intro]:`
- `"[[X  $\in$  synth H; Y  $\in$  synth H]]  $\Rightarrow$  {|X, Y|}  $\in$  synth`
- `H"`
- `}"`
- `| Crypt [intro]:`
- `"[[X  $\in$  synth H; Key K  $\in$  H]]  $\Rightarrow$  Crypt K X  $\in$  synth`
- `H"`

# Modelování útočníka

- Vlastnosti operátoru synth
- Je monotónní a idempotentní
- Splňuje zajímavou rovnicí spolu se analz
  - $\text{analz}(\text{synth } H) = \text{analz } H \cup \text{synth } H$

# Modelování útočníka

- Operátor parts : parts H množina komponentů z prvků H
- Podobná definice jako analz se změnou konstruktorem Crypt
  - $\text{Crypt } K \ X \in \text{parts } H \implies X \in \text{parts } H$

# Události

- Zprávy jsou modelovány událostí
  - Says A B X
- Stopa události je seznam zpráv
- Použité zprávy jsou modelovány
  - `used (Says A B X # evs)`  
`= parts {X} U used evs`
- Funkce `knows` popisuje co se útočník naučí
  - `knows Spy (Says A B X # evs)`  
`= insert X (knows Spy evs)`

# Události

- Vše co se útočník může naučit
  - analz (knows Spy evs)
- Vše co může vytvořit
  - synth (analz (knows Spy evs))



# Kryptosystém s veřejným klíčem

- Funkce `pubK` mapuje agenty na jejich veřejné klíče
  - `consts pubK :: "agent  $\Rightarrow$  key"`
  - abbreviation `priK :: "agent  $\Rightarrow$  key"`
  - where `"priK x  $\equiv$  invKey(pubK x) "`
- Jsou zavedeny dva axiomy
  - `axioms`
  - `inj_pubK: "inj pubK"`
  - `priK_neq_pubK: "priK A  $\langle \rangle$  pubK B"`

# Needham-Schroeder + Lowe

- Needham-Schroeder protokol s veřejným klíčem s modifikací proti Lowe útoku
- 1.  $A \rightarrow B : \{Na, A\}_{K_b}$
- 2.  $B \rightarrow A : \{Na, Nb, B\}_{K_a}$
- 3.  $A \rightarrow B : \{Nb\}_{K_b}$

```
inductive_set ns_public :: "event list set"
  where
```

```
  Nil: "[ ] ∈ ns_public"
```

```
  / Fake: "[[ evsf ∈ ns_public; X ∈ synth (analz (knows Spy evsf)) ]]"
           ⇒ Says Spy B X # evsf ∈ ns_public"
```

```
  / NS1: "[[ evs1 ∈ ns_public; Nonce NA ∉ used evs1 ]]"
           ⇒ Says A B (Crypt (pubK B) {Nonce NA, Agent A})
              # evs1 ∈ ns_public"
```

```
  / NS2: "[[ evs2 ∈ ns_public; Nonce NB ∉ used evs2;
              Says A' B (Crypt (pubK B) {Nonce NA, Agent A}) ∈ set evs2 ]]"
           ⇒ Says B A (Crypt (pubK A) {Nonce NA, Nonce NB, Agent B})
              # evs2 ∈ ns_public"
```

```
  / NS3: "[[ evs3 ∈ ns_public;
              Says A B (Crypt (pubK B) {Nonce NA, Agent A}) ∈ set evs3;
              Says B' A (Crypt (pubK A) {Nonce NA, Nonce NB, Agent B})
                ∈ set evs3 ]]"
           ⇒ Says A B (Crypt (pubK B) (Nonce NB)) # evs3 ∈ ns_public"
```

# Poznámka k modelu

- Sémantický model je teorie množin.
- Důkazy jsou prováděny indukcí v této teorii
- Informační notace protokolu je převáděna do indukčních pravidel.
- Bezpečnostní cíle jsou formulovány v teorii množin
  - `X \notin analz (knows Spy evs)`

# Bezpečnostní teorém

- theorem Spy\_not\_see\_NB [dest]:
- " [[Says B A (Crypt (pubK A)  
    {Nonce NA, Nonce NB, Agent B} ) ∈ set evs;  
    A \<notin> bad; B \<notin> bad;  
    evs ∈ ns\_public ]]
- $\Rightarrow$  Nonce NB ∈ analz (knows Spy evs) "